

2.3 Sortieren

2.3.1 Einleitung

2.3.2 Einfache Sortierverfahren

2.3.3 Höhere Sortierverfahren

2.3.4 Komplexität von Sortierverfahren

2.3.5 Spezielle Sortierverfahren



Selection-Sort

- Idee:
 - Suche kleinstes / größtes Element
 - Kopiere es an die erste Stelle
 - Wende den gleichen Algorithmus auf die restlichen $(n-1)$ Elemente an
- Vorteil: Jedes Objekt wird nur dreimal kopiert (lohnt sich bei großen Objekten)



Selection-Sort: Algorithmus

- SelectionSort(A[1..n])
 - $i \leftarrow 1$
 - while $i < n$ do
 - $\text{min} \leftarrow i$
 - $j \leftarrow i+1$
 - while $j \leq n$ do
 - if $A[j] < A[\text{min}]$ then
 - $\text{min} \leftarrow j$
 - $j \leftarrow j+1$
 - swap(A[i], A[min])
 - $i \leftarrow i+1$



Selection-Sort: Beispiel



Selection-Sort: Aufwand

- Aufwandsabschätzung
 - $\text{Swap}(a,b) : \{ c \leftarrow a; a \leftarrow b; b \leftarrow c \}$
= 3 x Kopieren
 - $n \times \text{Swap} = 3 \times n \times C_{\text{ass}} = O(n)$
 - Im i -ten Schleifendurchlauf werden $(n-i)$ Vergleiche durchgeführt
 - $(n-1)+(n-2)+\dots+1 = n \times (n-1)/2 = O(n^2)$
- Best = Worst = Average Case



Bubble-Sort

- Idee
 - Nutze die Vergleiche in Selection-Sort, um den unsortierten Teil $A[i] \dots A[n]$ der Objekte vorzusortieren.
 - Innere Schleife läuft in umgekehrter Richtung.
 - Swap-Operation in der inneren Schleife



Bubble-Sort: Algorithmus

- BubbleSort(A[1..n])
 - $i \leftarrow 1$
 - while $i < n$ do
 - $j \leftarrow n$
 - while $j > i$ do
 - if $A[j] < A[j-1]$ then
 - swap($A[j]$, $A[j-1]$)
 - $j \leftarrow j-1$
 - $i \leftarrow i+1$



Bubble-Sort: Beispiel



Bubble-Sort: Vorsortierung

- Vorteil: Pro innerem Schleifendurchlauf wird mehr Ordnung geschaffen.
- Nachteil: Vertauschung nur zwischen direkten Nachbarn. Objekte, die weit wandern werden oft kopiert.
- Vorsortierung kann nicht ausgenutzt werden.



Bubble-Sort: Aufwand

- Aufwandsabschätzung
 - # Vergleiche unabhängig von der Verteilung
 $n \times (n-1) / 2 = O(n^2)$
 - # Swaps
 - Best Case: 0 (Elemente schon sortiert)
 - Average Case: $n \times (n-1) / 4 = O(n^2)$
 - Worst Case: $n \times (n-1) / 2 = O(n^2)$
(Inverse Vorsortierung)

- Idee
 - Vorbild: manuelles Sortieren
 - In jedem Schritt:
Nimm das nächste Element und füge es in der schon sortierten Teilfolge an der richtigen Stelle ein.



Insertion-Sort: Algorithmus

- InsertionSort($A[1..n]$)
 - $i \leftarrow 2$
 - while** $i \leq n$ **do**
 - $h \leftarrow A[i]$
 - $j \leftarrow i$
 - while** $j > 1$ and $A[j-1] > h$ **do**
 - $A[j] \leftarrow A[j-1]$
 - $j \leftarrow j-1$
 - $A[j] \leftarrow h$
 - $i \leftarrow i+1$

Insertion-Sort: Beispiel



Insertion-Sort: Aufwand

- Aufwandsabschätzung
 - Vergleiche
 - Best Case: $n-1$ (vollständig vorsortiert)
 - Worst Case: $n \times (n-1) / 2 = O(n^2)$
(invers vorsortiert)
 - Average Case: $n \times (n-1) / 4 = O(n^2)$
(alle Listenplätze gleich wahrscheinlich)
 - Kopieren:
Faktor 3 besser, da einfaches Kopieren
anstatt Swap(), aber noch immer $O(n^2)$

Insertion-Sort: Vorsortierung

- Größere Elemente treten mit höherer Wahrscheinlichkeit am Ende der Folge auf.
- Größere Elemente werden später in die sortierte Teilfolge eingeordnet.
- Dazu sind weniger Vergleiche notwendig, denn größere Elemente stehen auch in der sortierten Teilfolge weiter hinten.
(Einsortieren von hinten)
- Nahezu linearer Aufwand für „fast sortierte“ Folgen.



Einfache Sortierverfahren

Vergleiche	Best	Average	Worst
Selection-Sort	$\sim n^2/2$	$\sim n^2/2$	$\sim n^2/2$
Bubble-Sort	$\sim n^2/2$	$\sim n^2/2$	$\sim n^2/2$
Insertion-Sort	$\sim n$	$\sim n^2/4$	$\sim n^2/2$

Kopieren	Best	Average	Worst
Selection-Sort	$\sim 3n$	$\sim 3n$	$\sim 3n$
Bubble-Sort	0	$\sim 3n^2/4$	$\sim 3n^2/2$
Insertion-Sort	$\sim 2n$	$\sim n^2/4$	$\sim n^2/2$